

INSTYTUT SYSTEMÓW INŻYNIERII ELEKTRYCZNEJ

LABORATORIUM PODSTAW ELEKTROTECHNIKI I ELEKTRONIKI

Ćwiczenie 3. Stany nieustalone w obwodach liniowych pierwszego rzędu

Grupa nr:.....

Zespół nr:.....

Skład zespołu:

1.....

2.....

3.....

4.....

5.....

Data wykonania ćwiczenia:.....

Data oddania sprawozdania:.....

1. Cel ćwiczenia

Celem wykonywania ćwiczenia jest:

- doświadczalna weryfikacja wiadomości o wybranych przebiegach wielkości obwodowych w stanach nieustalonych w układach liniowych pierwszego rzędu,
- poznanie możliwości analizy komputerowej układów elektrycznych w stanach nieustalonych na podstawie działania pakietu symulacji układów elektronicznych SPICE,
- porównanie wartości wybranych parametrów badanych przebiegów pomierzonych w trakcie wykonywania ćwiczenia z otrzymanymi na drodze obliczeniowej.

2. Wstęp teoretyczny

Stan nieustalony może wystąpić po takiej zmianie parametrów elementów obwodu lub jego sposobu połączeń (zmianie grafu obwodu), która prowadzi do innych niż dotychczasowe prądów i napięć gałęziowych. Teoretycznie stany nieustalone mogą trwać nieskończenie długo, praktycznie w większości obwodów po różnym czasie związanym z parametrami i sposobem połączenia elementów zanika. Obwody liniowe w stanach nieustalonych można opisać równaniami różniczkowymi. W rozważanych obwodach są to równania pierwszego rzędu. Ich rozwiązania składają się z dwóch części określanych w elektrotechnice jako składowa swobodna – zanikająca - oraz składowa wymuszona, określająca zwykle stan obwodu po zaniku stanu nieustalonego. Składowe te określane są w matematyce odpowiednio jako rozwiązanie ogólne równania różniczkowego jednorodnego oraz rozwiązanie szczególne równania pełnego. Obecność składowej swobodnej powoduje, że przebiegi prądów i napięć w stanach nieustalonych są nieokresowe.

2.1. Wyznaczenie przebiegów napięć i prądów w obwodach RC oraz RL

Rozwiązania równań różniczkowych pierwszego rzędu określające prądy i napięcia w obwodzie, które oznaczone są poniżej jako $x(t)$, składają się z dwóch składników: składowej swobodnej $x_s(t)$, która jest rozwiązaniem ogólnym równania jednorodnego oraz składowej wymuszonej $x_w(t)$, która jest rozwiązaniem szczególnym równania pełnego.

$$x(t) = x_s(t) + x_w(t)$$

Składowa swobodna $x_s(t)$, określana w obwodach pierwszego rzędu również jako składowa przejściowa, jest rozwiązaniem ogólnym jednorodnego równania różniczkowego pierwszego rzędu. Jej ogólna postać to:

$$x_s(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

gdzie A jest pewną stałą wyznaczaną na podstawie warunków początkowych, τ jest stałą czasową obwodu wyznaczaną na podstawie schematu obwodu w stanie nieustalonym.

Składowa wymuszona $x_w(t)$ jest równa rozwiązaniu całkowitemu $x(t)$ wtedy, gdy składowa swobodna zaniknie. Ma to miejsce dla $t \rightarrow \infty$. Może zostać zatem wyznaczona jako wynik analizy obwodu prowadzonej dla stanu ustalonego.

Pełne rozwiązanie określające wielkość $x(t)$ jest zatem równe:

$$x(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + x_w(t)$$

Stała A występująca w równaniu może zostać wyznaczona na podstawie informacji o wartości wielkości x w dowolnej chwili stanu nieustalonego. W obwodach liniowych napięcia na kondensatorach oraz prądy cewek są wielkościami ciągłymi. Może zatem być to chwila $t = 0$.

Wartość $x(0^-)$, która oznacza wartość napięcia na kondensatorze lub prądu cewki dla czasu przed początkiem stanu nieustalonego, dla $t < 0$, może być wyznaczona na podstawie analizy obwodu o znanym schemacie. Wartość $x(0^+)$ oznaczająca wartość napięcia na kondensatorze lub prądu cewki dla czasu po rozpoczęciu stanu nieustalonego może zostać wyznaczona na podstawie ostatniego równania przez podstawienie w nim $t = 0$. Daje to:

$$x(0^+) = A + x_w(0)$$

W obwodach liniowych napięcia na kondensatorach oraz prądy cewek są wielkościami ciągłymi. W szczególności ciągłość tych wielkości obowiązuje dla $t = 0$. Stała A może zostać zatem wyznaczona po uwzględnieniu:

$$x(0^-) = x(0^+) = x(0)$$

Otrzymuje się stąd:

$$x(0) = A + x_w(0)$$

$$A = x(0) - x_w(0)$$

Równania określające napięcie na kondensatorze oraz prąd cewki w stanie nieustalonym, to:

$$u_C(t) = [u_C(0) - u_{Cw}(0)]e^{-\frac{t}{\tau}} + u_{Cw}(t)$$

$$i_L(t) = [i_L(0) - i_{Lw}(0)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_{Lw}(t)$$

W obwodach, w których w stanie nieustalonym działają wyłącznie wymuszenia stałe, składowe wymuszone są również wartościami stałymi, nie są funkcjami czasu. Zależności dla napięcia na kondensatorze oraz prądu cewki upraszczają się do następujących:

$$u_C(t) = [u_C(0) - u_{Cw}]e^{-\frac{t}{\tau}} + u_{Cw}$$

$$i_L(t) = [i_L(0) - i_{Lw}]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_{Lw}$$

Występująca w powyżej przedstawianych równaniach wielkość τ określana jako stała czasowa obwodu jest wyznaczana na podstawie schematu obwodu w stanie nieustalonym. W obwodach RC jest równa:

$$\tau_C = R_Z \cdot C$$

a w obwodach RL :

$$\tau_L = \frac{L}{R_Z}$$

gdzie R_Z jest rezystancją widzianą z zacisków odpowiednio kondensatora lub cewki.

Wyznaczenie przebiegu napięcia na kondensatorze w obwodzie RC lub prądu cewki w obwodzie RL wymaga:

1. analizy obwodu przed początkiem stanu nieustalonego, dla $t < 0$ w celu wyznaczenia wartości $u_C(0)$ lub $i_L(0)$,

- analizy stanu ustalonego obwodu, którego schemat odpowiada obwodowi w stanie nieustalonym w celu wyznaczenia $u_{Cw}(t)$, następnie $u_{Cw}(0)$ lub $i_{Lw}(t)$ a następnie $i_{Lw}(0)$,
- analizy obwodu, z którego usunięte zostały wszystkie źródła niezależne, w celu wyznaczenia rezystancji zastępczej widzianej z zacisków kondensatora lub cewki, a następnie obliczenia stałej czasowej obwodu,
- wykorzystaniu jednej z dwóch zależności:

$$u_C(t) = [u_C(0) - u_{Cw}] e^{-\frac{t}{\tau}} + u_{Cw}$$

$$i_L(t) = [i_L(0) - i_{Lw}] e^{-\frac{t}{\tau}} + i_{Lw}$$

do wyznaczenia napięcia na kondensatorze lub prądu cewki,

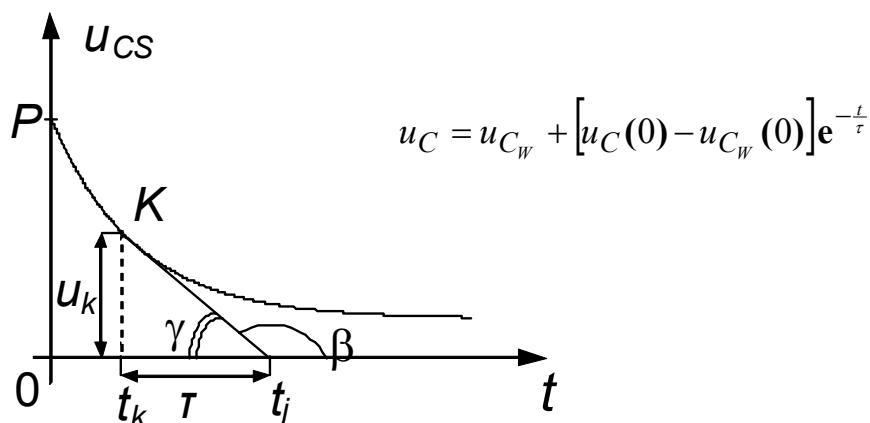
- wyznaczenie innych poszukiwanych wielkości obwodowych na podstawie praw Kirchhoffa oraz zależności wiążących prąd i napięcie obowiązujących dla liniowego kondensatora oraz liniowej cewki:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}$$

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}$$

2.2. Interpretacja fizyczna oraz wyznaczenie stałej czasowej w obwodach RC oraz RL

Dla ustalenia uwagi rozważony zostanie przebieg składowej swobodnej napięcia na kondensatorze w pewnym obwodzie pierwszego rzędu.



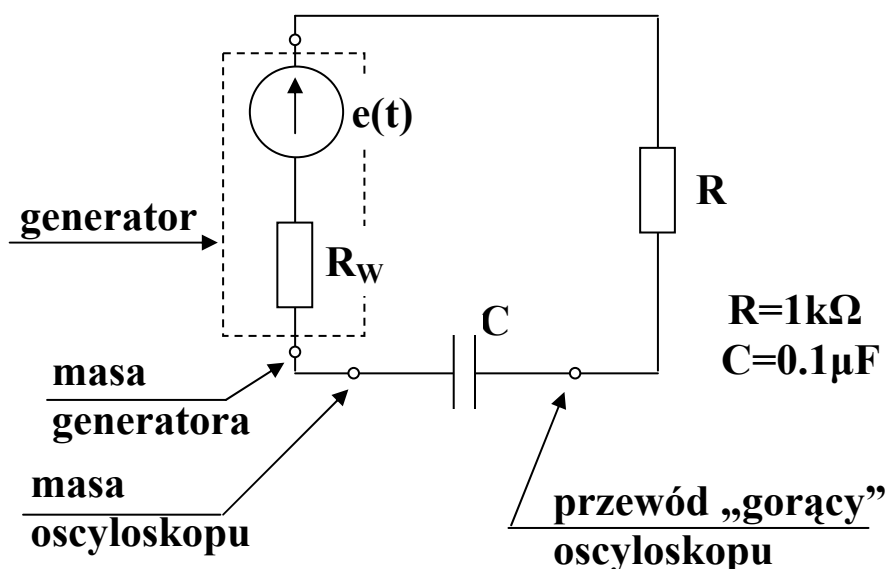
Rys.1. Interpretacja fizyczna stałej czasowej na podstawie przykładowego przebiegu składowej swobodnej

Wykorzystując zależności geometryczne można wykazać, że przedział czasu od t_k do t_j odpowiada stałej czasowej obwodu. Stała czasowa interpretowana jest jako długość odcinka, zawartego pomiędzy rzutem dowolnego punktu krzywej składowej swobodnej na oś odciętych a punktem przecięcia stycznej, poprowadzonej w tym punkcie, z osią odciętych. Fakt ten daje możliwość doświadczalnego wyznaczenia wartości stałej czasowej. Drugą możliwością wyznaczenia stałej czasowej obwodu jest wykorzystanie faktu, że po upływie stałej czasowej od początku stanu nieustalonego wartość składowej swobodnej napięcia na kondensatorze lub prądu cewki osiąga tylko 36,79% swojej początkowej wartości.

3. Pomiary i obliczenia – cz. I, laboratorium fizyczne

3.1. Układ pierwszego rzędu RC

W układzie przedstawionym na rys.2 pomierzyć stałą czasową obwodu.



Rys.2. Badany układ pierwszego rzędu RC

Celem dokonania pomiaru ustawić częstotliwość sygnału prostokątnego generatora w taki sposób, aby zmiana poziomu sygnału wyjściowego generatora następowała wtedy, gdy stan nieustalony wywołany poprzednią zmianą poziomu sygnału zostanie praktycznie zakończony (300 do 600Hz). Skala osi czasu oraz wzmacnienie oscyloskopu powinny zapewniać maksymalną dokładność pomiaru. Na ekranie oscyloskopu powinien być widoczny jedynie pojedynczy przebieg stanu nieustalonego a różnica między początkową i końcową wartością napięcia kondensatora powinna odpowiadać wysokości ekranu celem zapewnienia najwyższej dokładności pomiarów. Należy pamiętać, że pokrętko płynnej zmiany skali czasu powinno być ustawione w pozycji, w której opcja ta jest wyłączona. Pomiaru dokonujemy wykorzystując fakt, że po upływie stałej czasowej (od początku stanu nieustalonego) składowa przejściowa napięcia panującego na kondensatorze osiąga około 36.8% swojej wartości maksymalnej.

Do wyznaczenia wartości stałej czasowej na podstawie obliczeń niezbędna jest znajomość wartości rezystancji wewnętrznej generatora R_w . W celu wyznaczenia tej wartości dokonujemy pomiaru siły elektromotorycznej generatora E łącząc bezpośrednio wyjście nieobciążonego niczym generatora z oscyloskopem a następnie dokonując pomiaru napięcia generatora U_{obc} obciążonego rezystancją $R=1k\Omega$. Wartość rezystancji wewnętrznej generatora R_w wyznaczamy wykorzystując zależność:

$$R_w = \frac{(E - U_{obc})R}{U_{obc}}$$

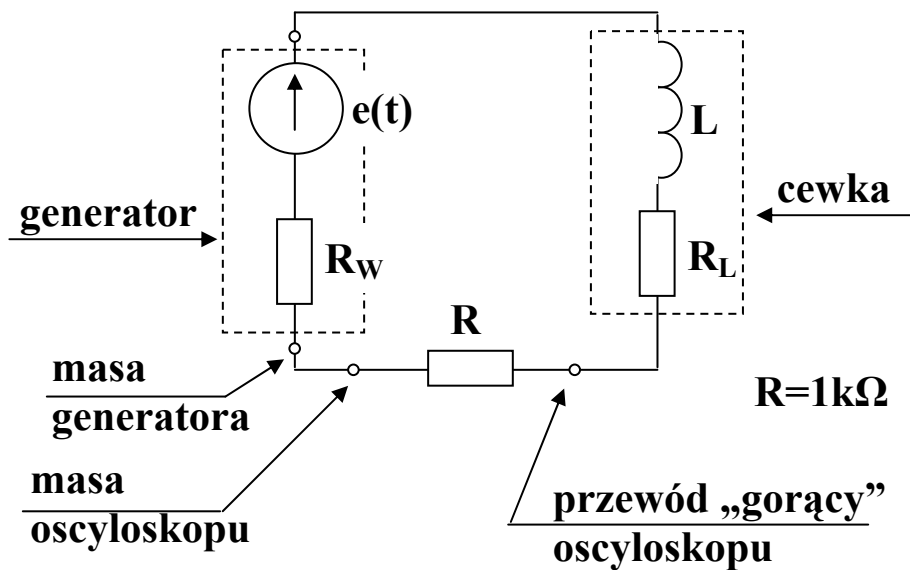
W sprawozdaniu należy zamieścić obliczenie stałej czasowej obwodu. Wyniki końcowe zamieścić w tabeli.

Tabela 1

R	C	E	U_{obc}	R_W	R_{zast}	τ_{pom}	τ_{obl}
k Ω	μ F	V	V	k Ω	k Ω	ms	ms
1.0	0.1						

3.2. Układ pierwszego rzędu RL

W układzie przedstawionym na rys.3 pomierzyć stałą czasową obwodu.



Rys.3. Badany układ pierwszego rzędu RL

Pomiary stałej czasowej obwodu wykonuje się w sposób analogiczny do opisanego w poprzednim punkcie. Wielkością badaną jest prąd cewki. Sygnał doprowadzony do oscyloskopu, którym jest napięcie opornika, jest proporcjonalny do prądu cewki.

Do obliczenia stałej czasowej obwodu niezbędna jest znajomość rezystancji cewki R_L . Wartość tę należy pomierzyć omomierzem.

Do obliczeń stałej czasowej użyć wartości rezystancji wewnętrznej generatora wyznaczonej w poprzednim punkcie. Wyniki końcowe zamieścić w tabeli 2.

Tabela 2

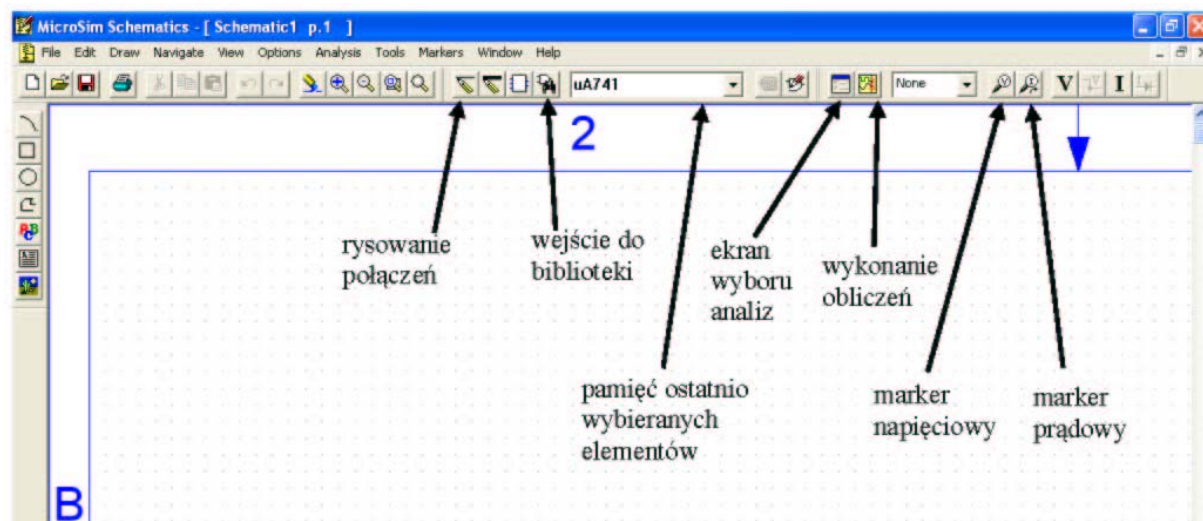
R	L	R_L	R_W	R_{zast}	τ_{pom}	τ_{obl}
k Ω	mH	Ω	k Ω	k Ω	ms	ms
1,0						

W sprawozdaniu należy zamieścić uwagi dotyczące:

- przebiegu ćwiczenia oraz wykonywanych pomiarów
- wyników pomiarów
- porównania wyników pomiarów oraz otrzymanych z obliczeń

3.3. Symulacja komputerowa – cz. II, laboratorium komputerowe

3.3.1. Wiadomości wstępne

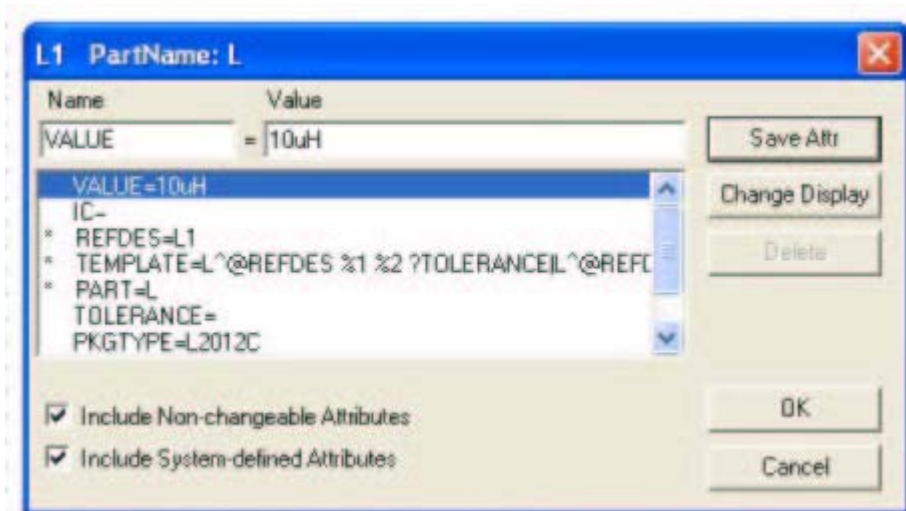


Rys.4. Górna część głównego ekranu rysowania schematu analizowanego obwodu

Działanie wykorzystanego w ćwiczeniu pakietu PSPICE w obwodach prądu stałego zostało już opisane w instrukcji do ćwiczenia, którego tematem są symulacje komputerowe obwodów prądu stałego. We wstępie do niniejszego ćwiczenia zostaną podane tylko uzupełnienia wiadomości niezbędne w analizie obwodów, których dotyczy obecnie wykonywane ćwiczenie. Sposób rysowania schematu analizowanego obwodu został opisany w instrukcji ćwiczenia z obwodami prądu stałego. Dla przypomnienia na rys.4 przedstawiona jest górna część ekranu, na którym umieszczony zostaje analizowany obwód. Wynikami analiz będą przebiegi prądów i napięć. Są to wielkości zmienne w czasie. Wyniki analiz nie będą zatem wartościami wyświetlanymi na ekranie, na którym rysowany był analizowany obwód. Przebiegi pożądanych wielkości obwodowych będące wynikami analiz interpreter graficzny PROBE, uruchomiony automatycznie po zakończeniu obliczeń, narysuje w układzie współrzędnych umieszczonym na innym ekranie.

Na rys.4, z prawej strony ekranu oznaczone są ikony markerów napięciowych oraz prądowych służące do wyboru wielkości obwodowych, których przebiegi mają być umieszczone na ekranie wyników. Markery napięciowe powinny być dołączane do węzłów lub przewodów połączonych z tymi węzłami. Markery prądowe należy dołączać do przewodów w bezpośrednim sąsiedztwie elementów. Oznaczają wówczas wybór prądu wpływającego do elementu od strony umieszczenia markera.

Wiadomości o rysowaniu obwodu wymagają uzupełnienia o sposób określania parametrów elementów L oraz C . Na rys.5 pokazany jest ekran dialogowy określania parametrów cewki. Jednym z parametrów jest warunek początkowy, IC , który jest prądem cewki w chwili $t=0$. Kierunek tego prądu jest określony przez kolejność węzłów cewki. Prąd cewki płynie od węzła początkowego do jej węzła końcowego. Węzeł początkowy i węzeł końcowy cewki są określone w sporządzanej przez program przed analizą liście obwodu – **Netlist**. Pierwszy z przypisanych do cewki węzłów jest węzłem początkowym, drugi końcowym. Deklaracja warunku początkowego cewki wymaga sprawdzenia sposobu określenia jej węzła początkowego i końcowego.



Rys.5. Ekran dialogowy określania parametrów cewki

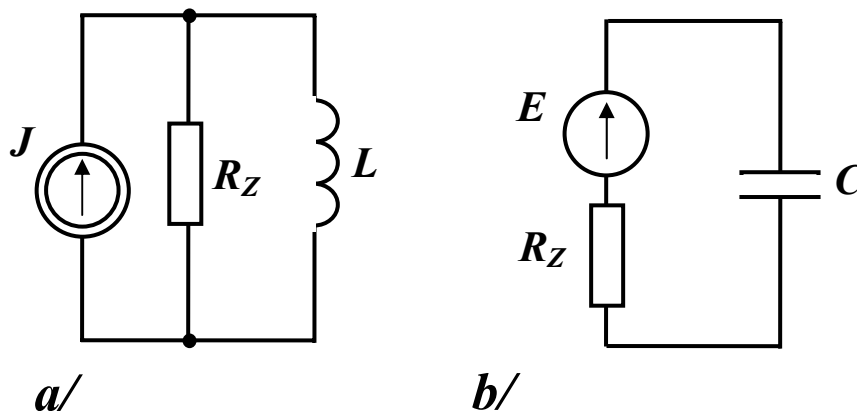
W podobny sposób należy postępować przy deklaracji warunku początkowego kondensatora. Napięcie na kondensatorze to napięcie, które jest różnicą potencjału węzła początkowego oraz węzła końcowego kondensatora. Kolejność węzłów jest zapisana w zbiorze **Netlist**.

Sposób uruchamiania analiz wykorzystywanych w ćwiczeniu zostanie opisany w dalszej części instrukcji, w częściach poświęconych poszczególnym elementom ćwiczenia.

3.3.2. Wykonanie ćwiczenia.

W ćwiczeniu analizowane będą układy dynamiczne pierwszego rzędu w najbardziej prostych formach. Analiza skomplikowanych układów nie daje możliwości uzyskania jakościowo nowych wyników a odnalezienie zależności określonych wielkości przebiegów od parametrów badanego obwodu staje się trudniejsze.

Analizowane będą proste układy pierwszego rzędu przedstawione na rys.6a i 6b zawierające cewkę lub kondensator, rezystancję oraz źródło. Do takiej prostej postaci można sprowadzić dowolny układ aktywny zawierający jedną cewkę lub jeden kondensator oraz dowolnie dużo elementów rezystancyjnych oraz źródeł niezależnych i sterowanych. Rezystancje R_Z występujące w tych układach oraz parametry idealnych źródeł napięciowych E lub prądowych J są parametrami zastępczych źródeł Thevenina lub Nortona widzianymi z zacisków cewki lub kondensatora.



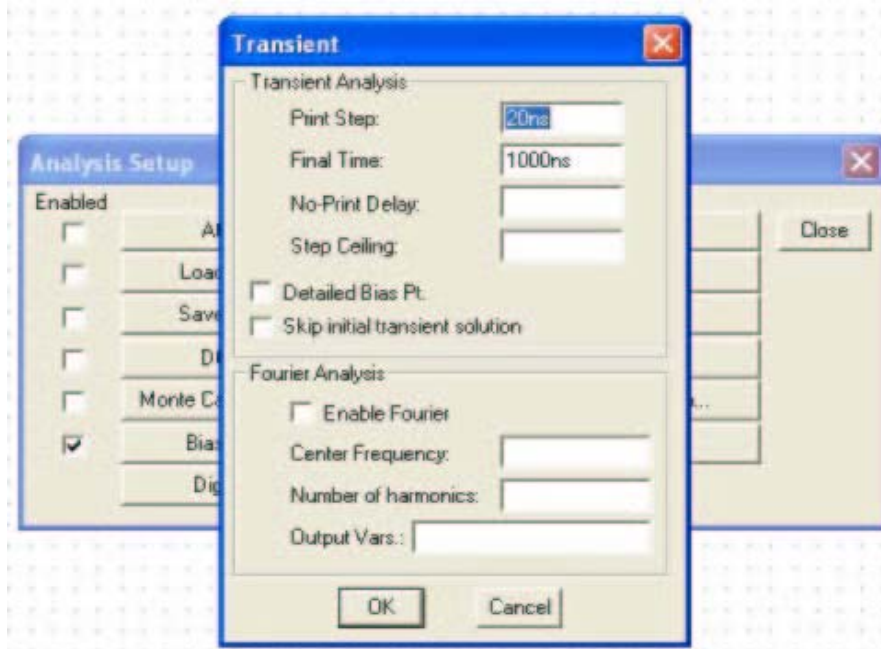
Rys.6. Badane układy pierwszego rzędu: a/ układ RL , b/ układ RC

3.3.2.1. Wyznaczenie przebiegu prądu i napięcia kondensatora lub cewki w obwodzie pierwszego rzędu

Wyznaczony zostanie przebieg napięcia i prądu cewki lub kondensatora w jednym z układów z rys.6a lub 6b. Należy pamiętać o konieczności dołączenia do odpowiednich punktów układu niezbędnych markerów, prądowego i napięciowego. Parametry elementów zostaną określone przez prowadzącego zajęcia. Analiza przeprowadzona zostanie dwukrotnie, dla dwóch różnych wartości prądu początkowego cewki lub napięcia początkowego na kondensatorze. Przebiegi napięć i prądów wyznaczone będą przez analizę czasową określoną nazwą **Transient**. Okno dialogowe ustalania parametrów tej analizy przedstawione jest na rys.7.

Kluczowym parametrem jest czas końcowy analizy - **Final Time**. Jego wartość powinna być równa lub nieco większa od pięciokrotności stałej czasowej obwodu, tak aby po zakończeniu analizy panował w obwodzie praktycznie stan ustalony. Istotnym parametrem jest także wartość wpisana w polu **Step Ceiling**. Jest to maksymalna wartość kroku całkowania. Jeżeli pole to pozostawione zostanie bez określonej wartości parametru to nastąpi automatyczny dobór stałej całkowania przez program. Może to czasami prowadzić do przyjęcia przez program zbyt dużego kroku całkowania i otrzymania wykresów składających się z odcinków linii prostej zamiast odpowiednich łuków.

W centralnej części okna umieszczone są dwa pola: **Detailed Bias Point** oraz **Skip Initial transient solution**. Zaznaczenie lub nie pierwszego z tych pól nie ma wpływu na kształt rysowanych przez interpreter graficzny wykresów. Zaznaczenie drugiego z tych pól powoduje, że w momencie rozpoczęcia analizy przyjmowane są zerowe wartości prądów cewek oraz napięć na kondensatorach. Pozostawienie niezaznaczonego pola skutkuje wykonaniem analizy stałoprądowej przed wykonaniem analizy czasowej i uwzględnieniem otrzymanych wyników w wykonywanej następnie analizie czasowej.



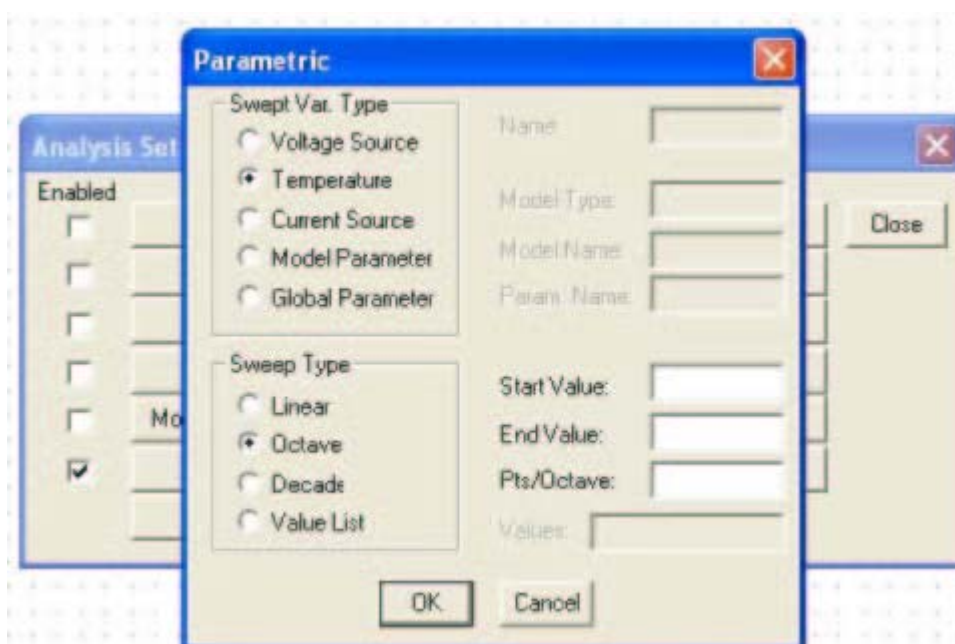
Rys.7. Okno dialogowe ustalania parametrów analizy **Transient**

Otrzymany przebieg napięcia na kondensatorze lub prądu cewki należy narysować i zamieścić w sprawozdaniu (należy uwzględnić skale na osiach).

3.3.2.2. Wyznaczenie przebiegów prądu cewki lub napięcia kondensatora przy różnych wartościach stałej czasowej obwodu

Wykonane zostanie wyznaczenie przebiegów prądu cewki w obwodzie RL lub napięcia kondensatora w obwodzie RC przy różnych wartościach stałej czasowej obwodu. Zmienną wartością będzie rezystancja, indukcyjność cewki lub pojemność kondensatora. Wybór dokonany będzie przez prowadzącego zajęcia, który określi również cztery wartości zmienianego elementu. Należy pamiętać o umieszczeniu na analizowanym schemacie niezbędnego markera.

Przebiegi będą wyznaczone w trakcie analizy parametrycznej. W tym celu wprowadzony zostaje wirtualny element o dowolnej nazwie, np. **Rvar**, **Cvar** lub **Lvar**. Jego nazwę należy wpisać jako wartość elementu (tam, gdzie wpisana jest wartość liczbowo elementu) umieszczając ją w nawiasach klamrowych, tzn. wpisać: **{Rvar}**, **{Cvar}** lub **{Lvar}**. Następnie z biblioteki elementów należy pobrać element **PARAM** i klikając myszką na symbol tego elementu otworzyć okno dialogowe określania jego parametrów. W oknie tym należy wpisać symbol wirtualnego elementu, tzn. **Rvar**, **Cvar** lub **Lvar** w polu **NAME1** a w odpowiadającym mu polu **VALUE1**, przeznaczonym do umieszczenia w nim wartości domyślnej elementu, wpisać wartość, przy której wykonywany był poprzedni punkt ćwiczenia (jest ona wykorzystywana tylko wtedy, gdy nie jest realizowana charakterystyka parametryczna). Parametry analizy zostają określone w oknie dialogowym określania parametrów analizy parametrycznej dla przebiegów zmiennych – **Parametric**, przedstawionym na rys.8. jest ono podobne do okna analizy parametrycznej dla prądu stałego – **DC Sweep**.



Rys.8. Okno dialogowe określania parametrów analizy **Parametric**

Po zakończeniu obliczeń zostaną na ekranie narysowane cztery przebiegi napięcia na kondensatorze lub prądu cewki. Na podstawie otrzymanych przebiegów należy wyznaczyć stałe czasowe badanych obwodów, korzystając z faktu, że po upływie stałej czasowej od początku stanu nieustalonego wartość składowej swobodnej napięcia na kondensatorze lub prądu cewki osiąga tylko 36,79% swojej początkowej wartości. Określone na podstawie

przebiegów ekranowych wartości należy porównać z obliczonymi na podstawie wartości elementów użytych w analizie. Wyniki zamieścić w tabeli .

Tabela 3

τ_1		τ_2		τ_3		τ_4	
z wykr.	obl.	z wykr.	obl.	z wykr.	obl.	z wykr.	obl.

W sprawozdaniu należy zamieścić trzy uzupełnione tabele oraz szkic przebiegu napięcia lub prądu.

4. Pytania kontrolne

- Kiedy występuje w obwodach stan nieustalony?
- Jakie elementy występują w obwodach pierwszego rzędu?
- Jak długo trwa stan nieustalony?
- Określ równanie różniczkowe opisujące stan nieustalony w obwodach pierwszego rzędu.
- Jak określa się stałą czasową w obwodach pierwszego rzędu?
- Określ dwie składowe rozwiązania równania różniczkowego określającego przebiegi prądów cewek lub napięć kondensatorów w obwodach pierwszego rzędu.
- Określ sposób wyznaczenia stałych występujących w rozwiązaniu równania różniczkowego określającego przebieg napięcia na kondensatorze lub prądu cewki.
- Zdefiniuj i opisz interpretację fizyczną stałej czasowej.

Literatura:

1. Tadeusiewicz M.: Teoria obwodów, cz.1, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 2003
2. Król A., Moczko J.: PSpice. Symulacja i optymalizacja układów elektronicznych, Wydawnictwo NAKOM, Poznań, 1999
3. Zachara Z., Wojtuszkiewicz K.: PSpice. Przykłady praktyczne, Wydawnictwo MIKOM, Warszawa, 2000